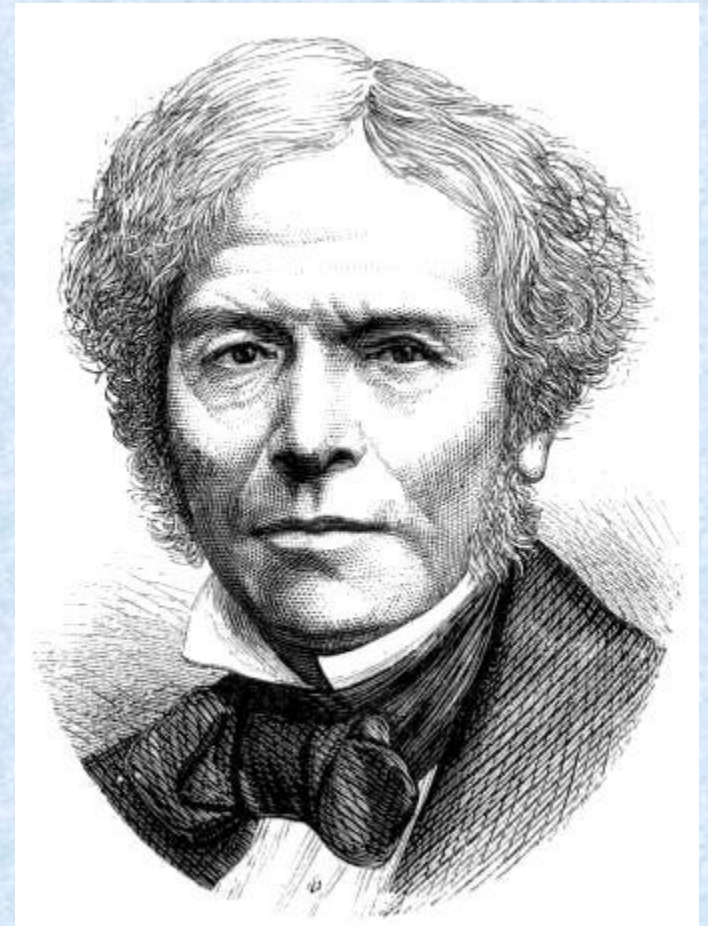


Pole elektryczne – stan przestrzeni otaczającej ładunki elektryczne lub zmienne pole magnetyczne. W polu elektrycznym na ładunek elektryczny działa siła elektrostatyczna. Koncepcję pola elektrycznego wprowadził Michael Faraday (w połowie XIX wieku) jako opis oddziaływania ładunków elektrycznych.



Michael Faraday (ur. 22 września 1791, zm. 25 sierpnia 1867) – fizyk i chemik angielski, jeden z najwybitniejszych uczonych XIX w., eksperymentator, samouk.

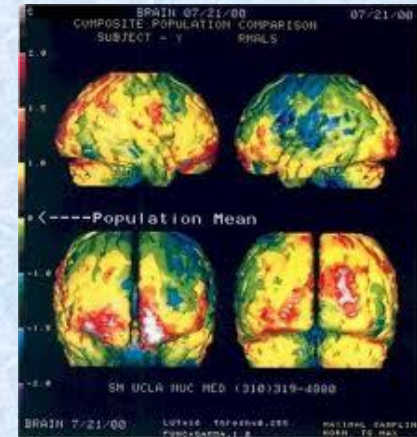
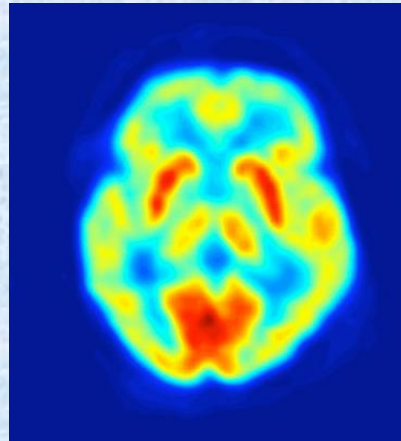
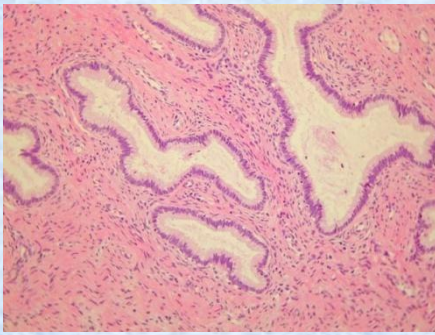
W fizyce ***pole*** to przestrzenny rozkład pewnej wielkości fizycznej. Inaczej mówiąc – w przestrzeni określone jest pewne pole, jeżeli każdemu punktowi przestrzeni przypisano pewną wielkość.

Matematycznie pole jest po prostu funkcją, która każdemu punktowi przestrzeni przypisuje daną wielkość.

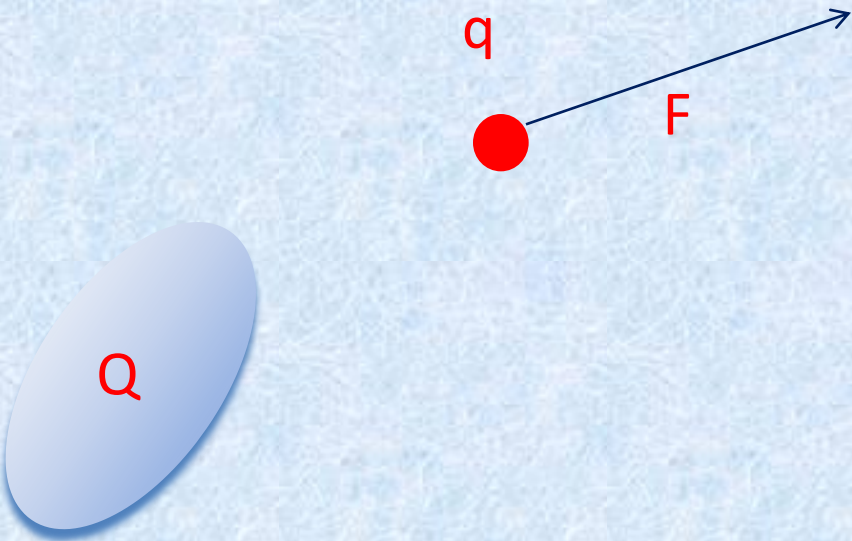
W zależności od charakteru tej wielkości mówimy o polach:

pole skalarne – gdy każdemu punktowi przestrzeni przypisana jest pewna wielkość skalarna (skalar). Przykładem jest tu pole temperatury lub ciśnienia.

pole wektorowe – gdy każdemu punktowi przestrzeni przypisany jest pewien wektor. Przykładem jest pole ciężkości lub pole magnetyczne.



Obraz medyczny powstaje w wyniku oddziaływania organizmu (lub jego części) z określonym ***polem fizycznym***.
Obraz jest utworzony przez przetwarzanie danych opisujących to oddziaływanie.

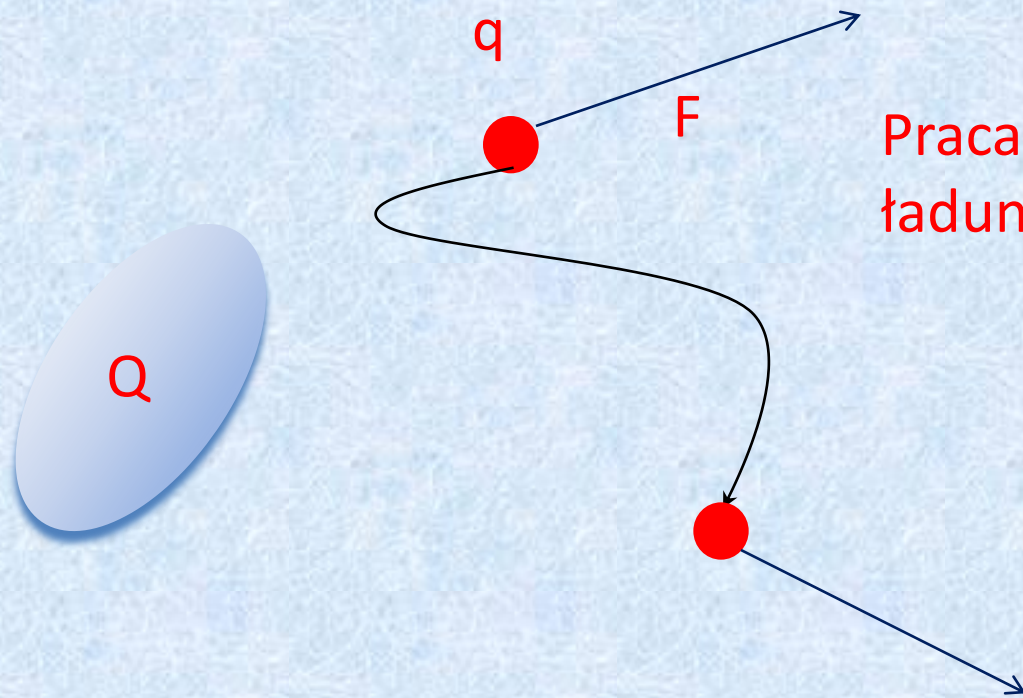


$$\vec{F} = a \cdot q \cdot \vec{E}$$

Dla siły wyrażonej w niutonach i ładunku określonego w kulombach:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

$$\left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right] = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

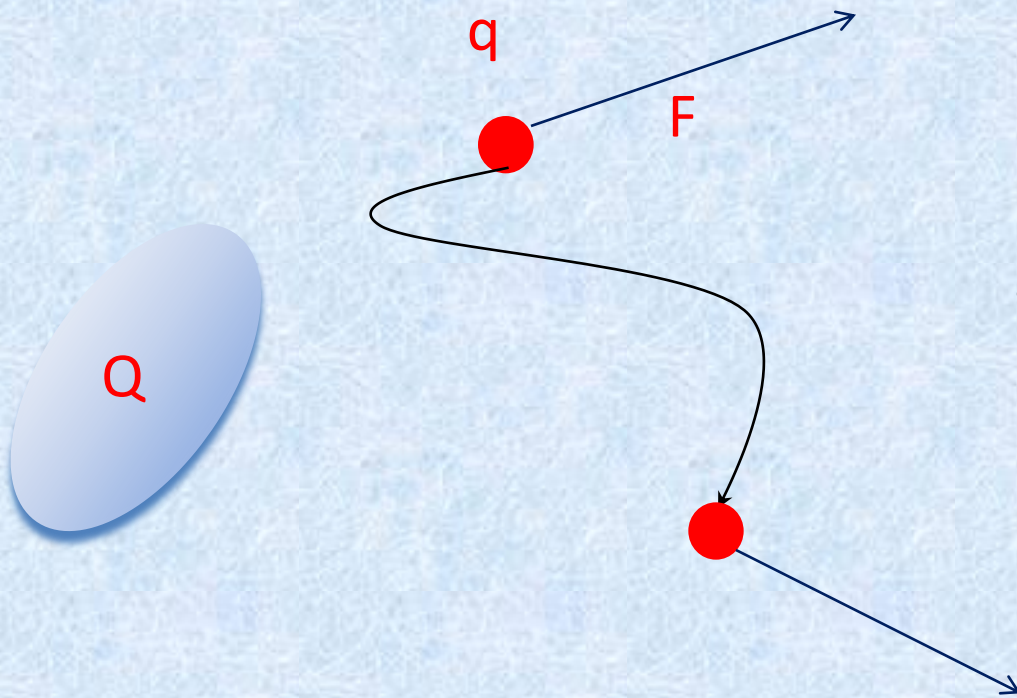


Praca wykonana przy przesunięciu ładunku q w polu elektrycznym:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

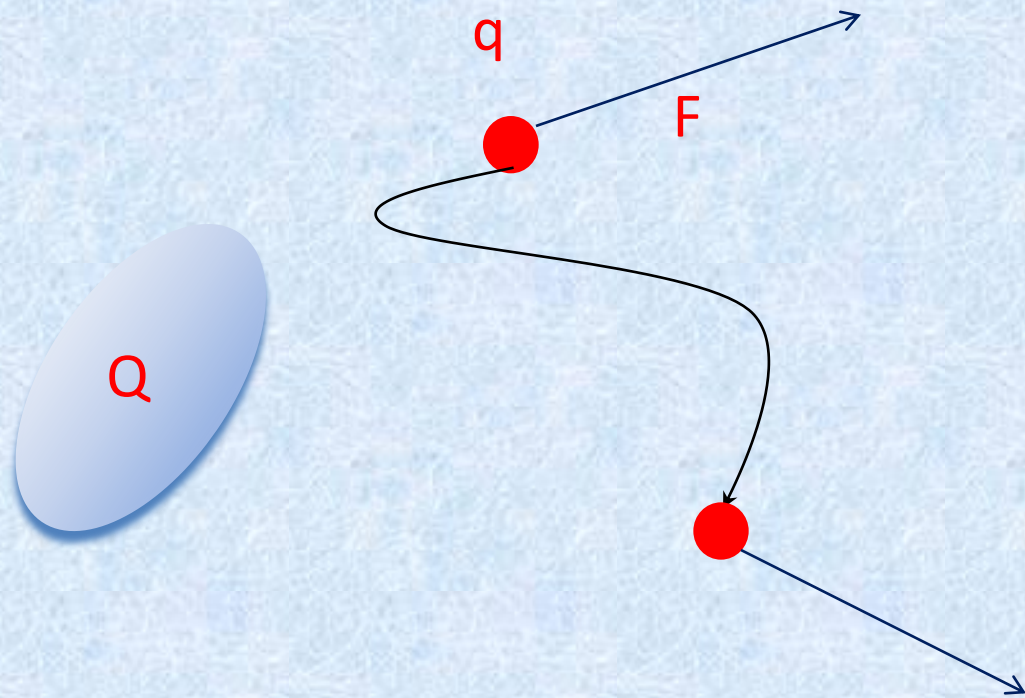
$$W = q \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \cdot U$$

$$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



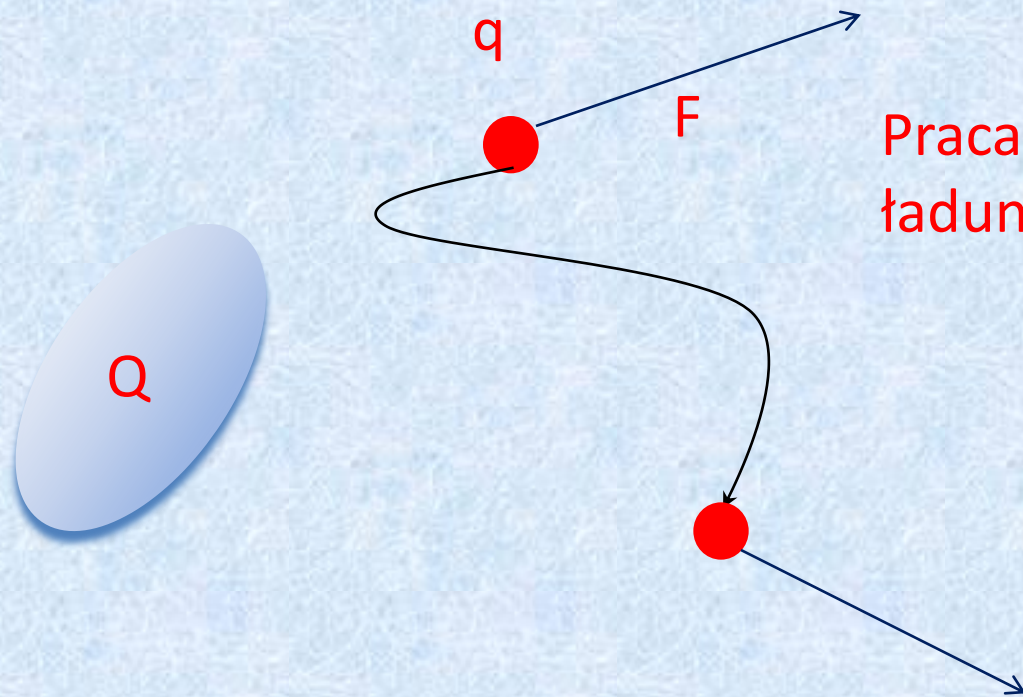
$$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

U – napięcie elektryczne (różnica potencjałów elektrycznych).



$$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$[U] = \frac{N}{C} \cdot m = \frac{J}{C} = V$$



Praca wykonana przy przesunięciu ładunku q w polu elektrycznym:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Praca wykonana przy przesunięciu ładunku q w polu elektrycznym po dowolnym torze zamkniętym:

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

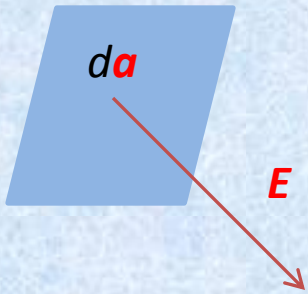
$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

Ponieważ:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

to...

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$



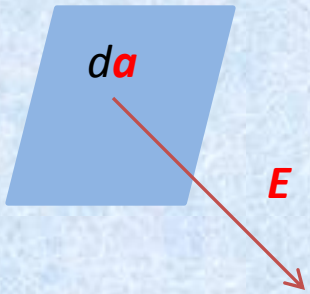
Strumień elektryczny w próżni na powierzchni $d\mathbf{a}$:

$$\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{a}}$$

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{a}} \propto Q$$

Po dobraniu odpowiedniego współczynnika:

$$\epsilon_0 \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{a}} = Q$$

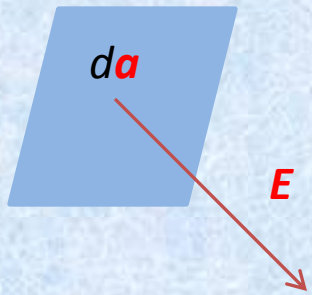


$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = Q$$

W układzie jednostek SI:

$$\epsilon_0 \cong 8.855 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{m}}$$

Strumień elektryczny na dowolnej powierzchni zamkniętej jest równy całkowitemu ładunkowi elektrycznemu zamkniętemu wewnątrz tej powierzchni.



W nieprzewodzącym ośrodku materialnym:

$$\epsilon_r \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = Q$$

ϵ_r – względna przenikalność elektryczna ośrodka.

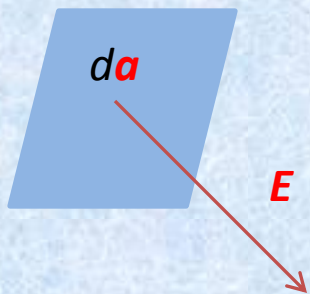
$$\epsilon_r \epsilon_0 \cdot \vec{E} = \epsilon \cdot \vec{E} = \vec{D}$$

D – wektor gęstości strumienia elektrycznego w ośrodku (wektor indukcji elektrycznej). względna przenikalność elektryczna ośrodka.

$$[D] = \frac{C}{V \cdot m} \cdot \frac{V}{m} = \frac{C}{m^2}$$

Wartości względnej
przenikalności
elektrycznej wybranych
dielektryków:

Substancja	ϵ_r
próżnia	1
powietrze	1,00054
teflon	2,1
polietylen	2,25
polistyren	2,4–2,7
dwusiarczek węgla	2,6
lód	100
papier	3,5
krzemionka	3,7
beton	4,5
guma	7
diament	5,5–10
sól kuchenna	3–15
grafit	10–15
krzem	11,68
alkohol metylowy	30
woda	81



W nieprzewodzącym ośrodku materialnym:

$$\epsilon_r \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = Q$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q$$

Strumień elektryczny na dowolnej powierzchni zamkniętej jest równy całkowitemu ładunkowi elektrycznemu zamkniętemu wewnątrz tej powierzchni.

Operacje matematyczne na polach fizycznych

Operator – funkcja matematyczna, której argumentem jest inna funkcja. Operatory mogą działać na funkcji jednej jak i wielu zmiennych, mogą być operatorami funkcji skalarnych, wektorowych i tensorowych.

Operator różniczkowania funkcji jednej zmiennej:

$$T = \frac{d}{dx}$$

$$T = \frac{d}{dx}$$

$$f(x) = x^2$$

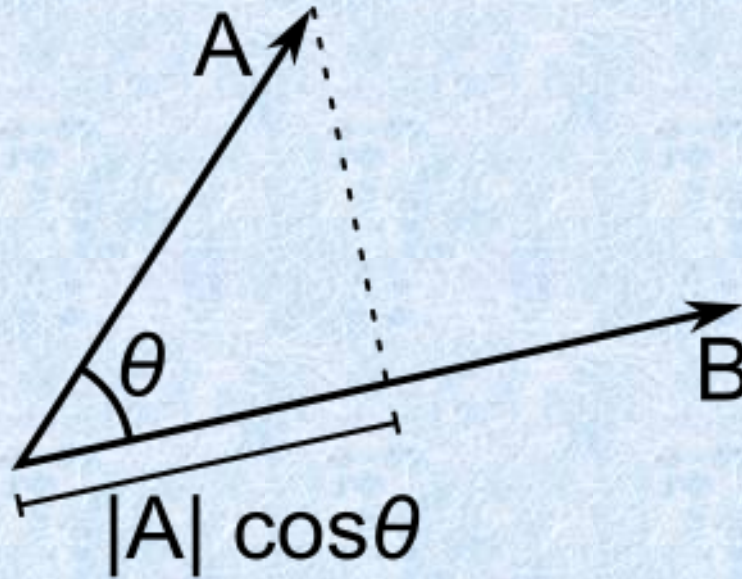
$$Tf(x) = 2x$$

$$f(x) = \sin x + \cos x$$

$$Tf(x) = \cos x - \sin x$$

Operacje matematyczne na polach fizycznych

Iloczyn skalarny wektorów (tzw. Iloczyn „z kropką”)



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = p = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$$

Operacje matematyczne na polach fizycznych

Praca mechaniczna siły F na drodze ds jest iloczynem skalarnym tych wektorów:

$$\vec{F} \cdot \vec{ds} = W = F \cdot ds \cdot \cos\theta$$

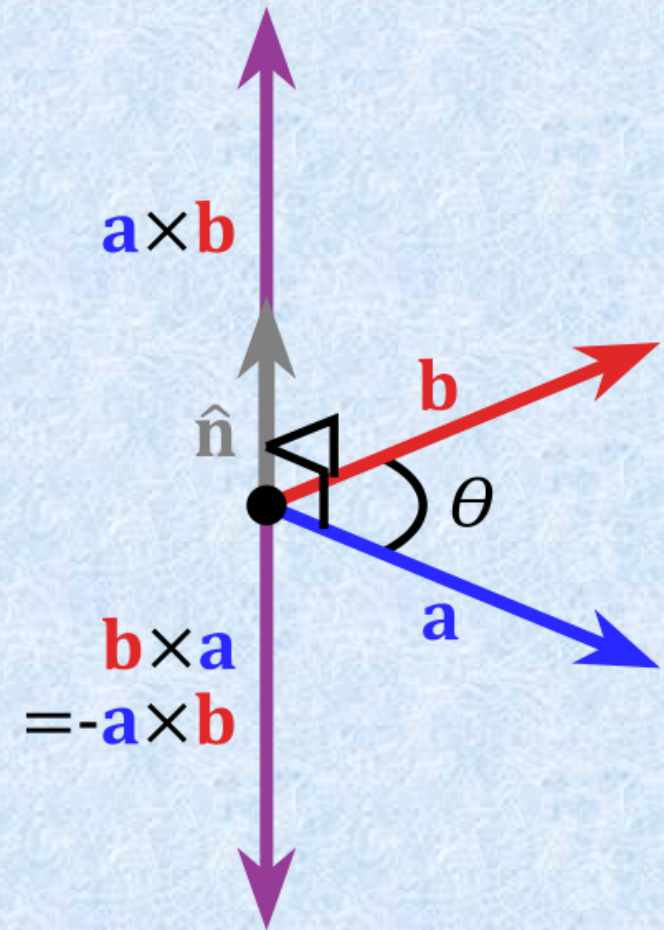
$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Omawiane poprzednio całki po konturach dotyczą całkowania **iloczynów skalarnych**.

Operacje matematyczne na polach fizycznych

Iloczyn wektorowy wektorów (tzw. Iloczyn „z krzyżykiem”)

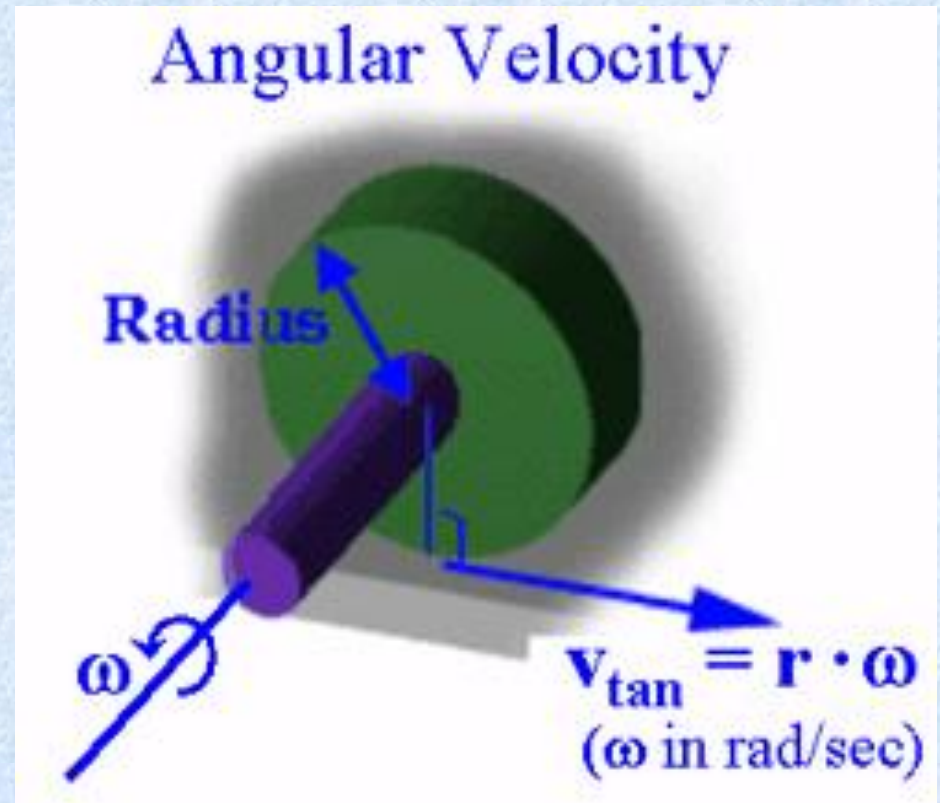
$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\theta$$



Operacje matematyczne na polach fizycznych

Iloczyn wektorowy w fizyce używany jest do opisu wszelkich zjawisk związanych z rotacją, np. ruchu obrotowego.

$$\vec{\omega} = \vec{v} \times \vec{r}$$



Operacje matematyczne na polach fizycznych

Operator nabla:

Nabla – symbol ∇ . Nazwa pochodzi od greckiego wyrazu określającego hebrajską harfę o podobnym kształcie. Podobne wyrazy istnieją także w aramejskim i hebrajskim. Symbol został użyty po raz pierwszy przez Williama Rowana Hamiltona w postaci poziomego klinu: \triangleright .



Harps, p. 984.

Operacje matematyczne na polach fizycznych

Operator nabla:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$\nabla = \vec{x} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z} \frac{\partial}{\partial z}$$

Operacje matematyczne na polach fizycznych

Gradient funkcji skalarnej (*grad*):

Gradient – w analizie matematycznej, a dokładniej rachunku wektorowym, pole wektorowe wskazujące w danym punkcie kierunek najszybszego wzrostu danego pola skalarnego, a jego moduł (długość) jest równy szybkości wzrostu.

$$\text{grad}\varphi = \nabla\varphi = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \frac{\partial\varphi}{\partial y}; \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)$$

$$\text{grad}\varphi = \nabla\varphi = \vec{x} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{y} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{z} \frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

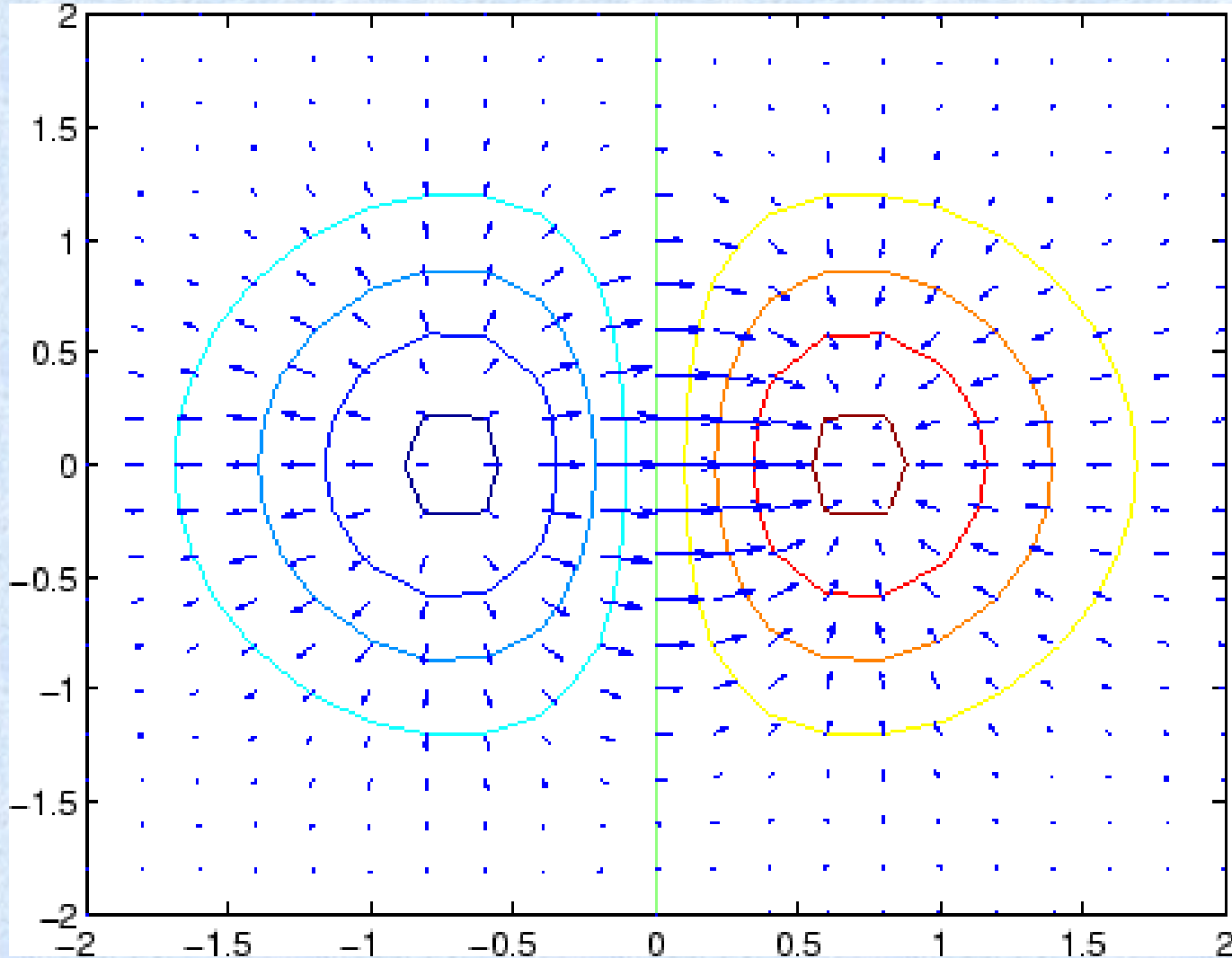
Operacje matematyczne na polach fizycznych

Gradient funkcji skalarnej (*grad*):

Przykładem może być pokój, w którym temperatura opisana jest polem skalarnym T . Tak więc w każdym punkcie (x,y,z) temperatura wynosi $T(x,y,z)$ (zakładamy, że nie zmienia się ona w czasie). Wówczas w każdym punkcie pokoju gradient T w tym punkcie pokazuje kierunek (wraz ze zwrotem), w którym temperatura rośnie najszybciej. Moduł gradientu wskazuje jak szybko rośnie temperatura w tym kierunku.

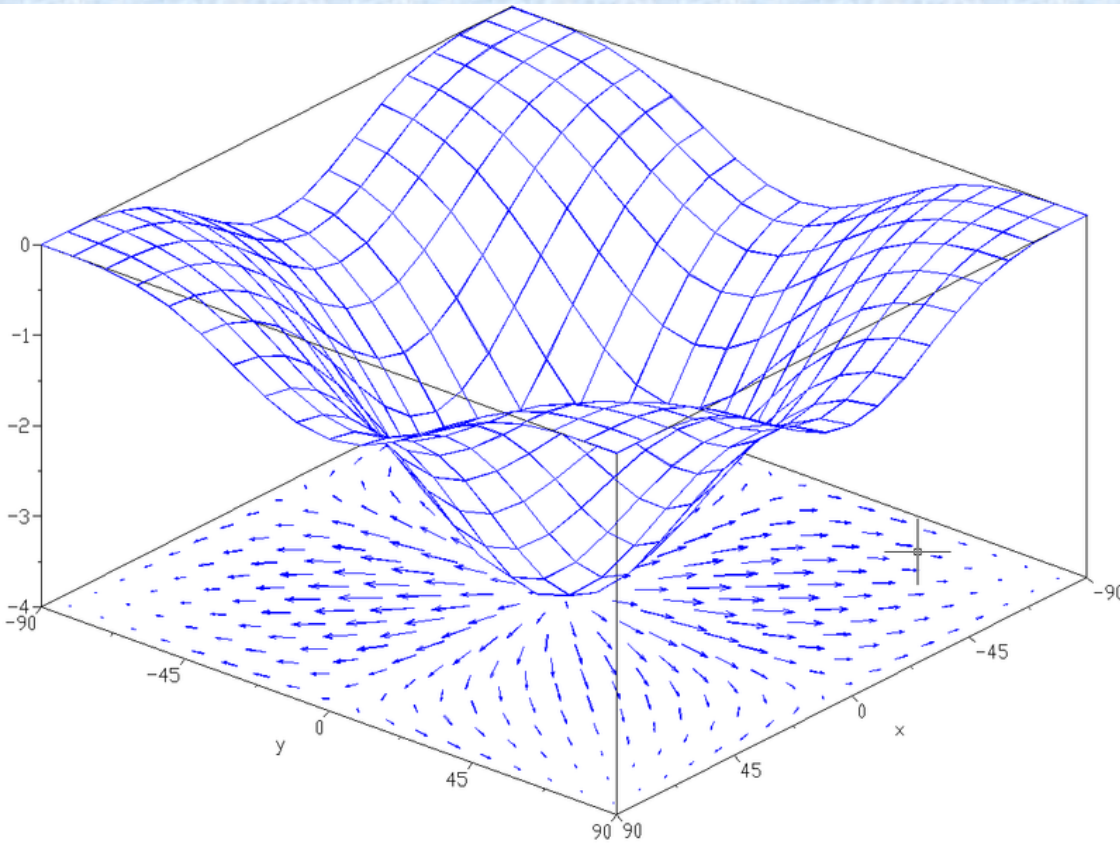
Operacje matematyczne na polach fizycznych

Gradient funkcji skalarnej (*grad*):



Operacje matematyczne na polach fizycznych

Gradient funkcji skalarnej (*grad*):



Gradient funkcji $f(x, y) = -(\cos^2 x + \cos^2 y)^2$ przedstawiony jako pole wektorowe na dolnej płaszczyźnie.

Operacje matematyczne na polach fizycznych

Gradient funkcji skalarnej (*grad*):

Napięcie elektryczne:

$$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Potencjał elektryczny:

$$\varphi = \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Natężenie pola elektrycznego:

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

Gradient pola skalarnego jest funkcją, która opisuje określone zmiany wartości liczb (skalarów) związanych z tym polem. Podobnie, w odniesieniu do pól wektorowych można tworzyć użyteczne funkcje opisujące stopień zmian tych pól w przestrzeni. Jedną z najczęściej stosowanych jest **dywergencja** czyli **rozbieżność** pola wektorowego:

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Dywergencja każdemu punktowi pola wektorowego przyporządkowuje liczbę (skalar) opisującą ilościowo różnicę między strumieniem wektorów „wychodzących” z tego punktu i „wchodzących” do niego.

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

Np., rozpatrzmy pole wektorowe wektora prędkości płynącej, nieściśliwej strugi cieczy:

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Jeżeli dla pewnego punktu $P_{x,y,z}$ tej cieczy jest prawdziwa nierówność:

$$\operatorname{div} \vec{v}(P_{x,y,z}) > 0$$

oznacza to, że w punkcie P jest źródło (dopływ) tej cieczy (więcej cieczy wypływa z punktu P , niż do niego wpływa).

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

Podobnie nierówność:

$$\operatorname{div} \overrightarrow{v}(P_{x,y,z}) < 0$$

oznacza, że w punkcie P musi się znajdować ujście („ściek”) tej cieczy (*więcej cieczy wpływa do punktu P , niż z niego wypływa*).

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

Stąd oczywisty wniosek: jeżeli

$$\operatorname{div} \overrightarrow{v}(P_{x,y,z}) = 0$$

to w punkcie P nie ma ani źródła, ani ujścia tej cieczy. Sformułowanie to nazywamy prawem ciągłości przepływu cieczy idealnej (*nielepkiej, nieściśliwej*).

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

Pamiętając o definicji operatora nabra:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

lub:

$$\nabla = \vec{x} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z} \frac{\partial}{\partial z}$$

Możemy łatwo zauważyć, że dywergencja pola wektorowego może być przedstawiona, jako wynik działania na to pole tego operatora.

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

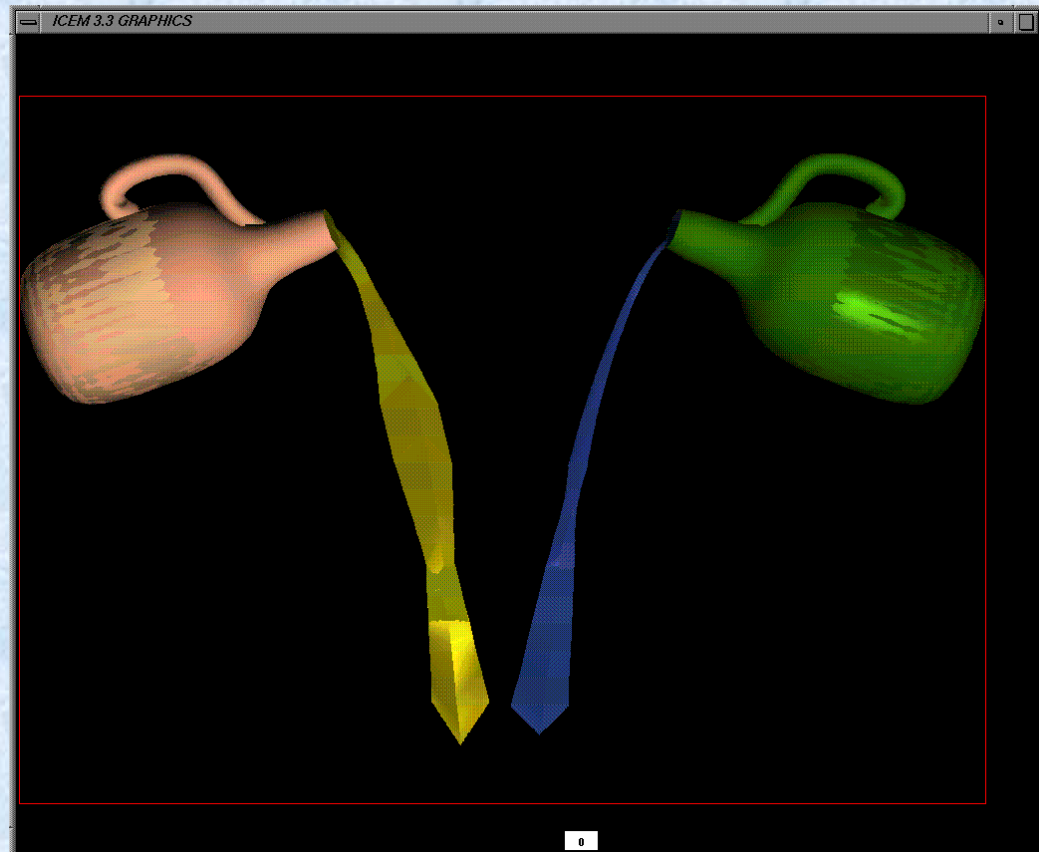
Możemy więc zapisać:

$$\operatorname{div} \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Zapamiętajmy: dywergencja jest funkcją **pola wektorowego**, tworzy ją **iloczyn skalarny tego pola z operatorem nabla** a wynikiem tego działania jest pole skalarne opisujące wydajność punktowych źródeł/ujęć pola wektorowego.

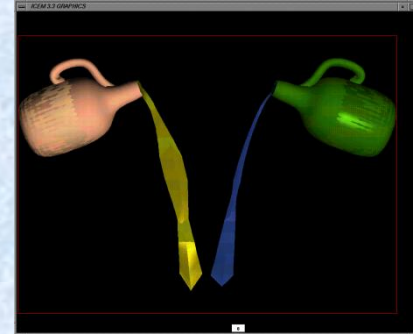
Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

Wyobraźmy sobie ciecz doskonałą, płynącą przez pewien obszar o objętości V , ograniczony powierzchnią S :



Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

Wyobraźmy sobie ciecz doskonałą, płynąca przez pewien obszar o objętości V , ograniczony powierzchnią S :



Jeżeli dla wybranej objętości V obliczymy i zsumujemy wartości dywergencji pola prędkości przepływu cieczy:

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{A} \, dv$$

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{v} \, dv$$

to, nieco „intuicyjnie”, domyślamy się, że obliczyliśmy różnicę między natężeniem strumienia cieczy wpływającego do tej objętości i wypływającego z niej.

Tę samą różnicę można znaleźć (obliczyć!) w jeszcze inny sposób.

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

Tę samą różnicę można znaleźć (obliczyć!) w jeszcze inny sposób.

Możemy rozpatrywaną objętość otoczyć zamkniętą powierzchnią S i zsumować składowe wektorów prędkości cieczy prostopadłe do tej powierzchni we wszystkich jej punktach:

$$\oint_S \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

$$\oint_S \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

Wielkość opisaną powyższą całką nazwalibyśmy
strumieniem pola wektorowego na powierzchni S.

Pora na twierdzenie...

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

$$\oint_S \vec{v} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \nabla \cdot \vec{v} dv$$

Całka z dywergencji pola wektorowego wyliczona dla określonej objętości V ma wartość równą całce tego pola obliczonej po powierzchni zamkniętej, która ogranicza objętość V .

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

Twierdzenie to musi być prawdziwe dla **wszystkich** pól wektorowych – w tym również dla elektrycznego:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \nabla \cdot \vec{D} dv$$

Gdzie ***D*** jest wektorem indukcji pola elektrycznego.

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

Przypomnijmy sobie zapis obserwacji
eksperymentalnych:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

gdzie Q jest wypadkowym ładunkiem elektrycznym
zamkniętym **wewnątrz** powierzchni S .

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

Teraz skorzystajmy z nowo poznanego twierdzenia...

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{D} dv = Q$$

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego, twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa

Finis coronat opus...

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

lub

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

gdzie $\rho=Q/V$ jest objętościową gęstością ładunku elektrycznego (ładunek na jednostkę objętości).

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

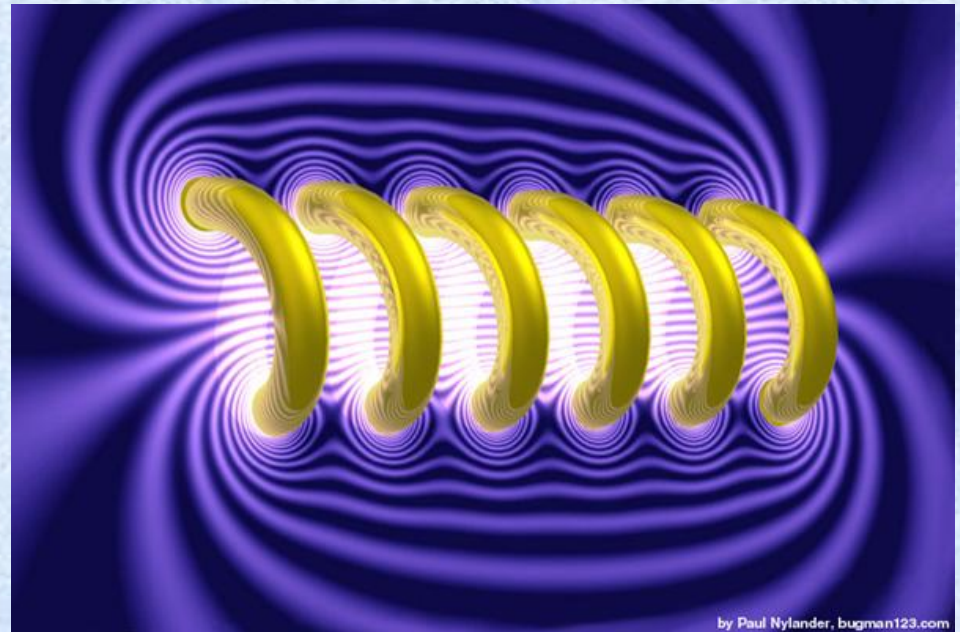
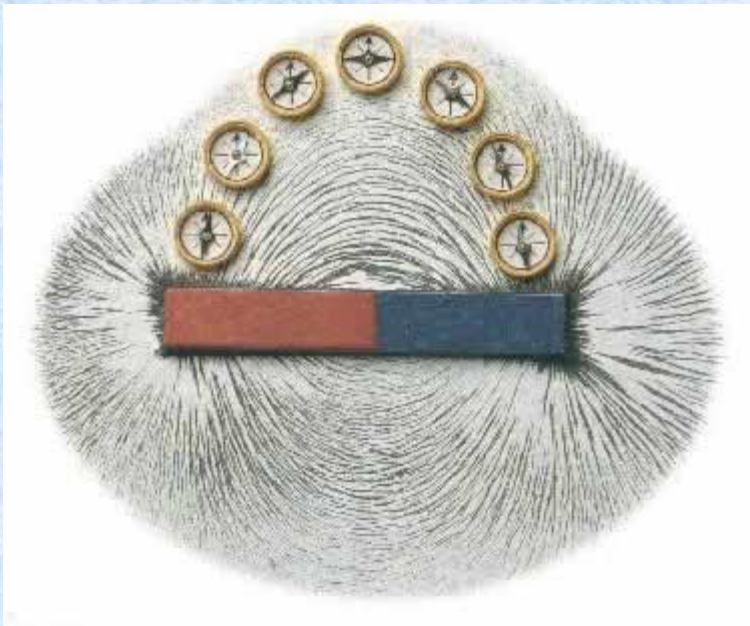
Poznaliśmy pierwsze z czterech równanie Maxwella.

Równanie to stanowi w istocie zapis dość oczywistego faktu: **źródłem pól elektrycznych są ładunki elektryczne.**

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

Badania eksperymentalne pól magnetycznych pozwoliły na stwierdzenie ważnego faktu:

Linie opisujące te pola są **zawsze** krzywymi zamkniętymi, nie mają **nigdy** ani początku, ani końca.



Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

Pola magnetyczne opisujemy tzw. Wektorem indukcji magnetycznej \mathbf{B} .

Wyobrażając sobie pole, którego linie są ciągłe i zamknięte możemy od razu zapisać:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

lub

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

Dywergencja (rozbieżność pola) wektorowego

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

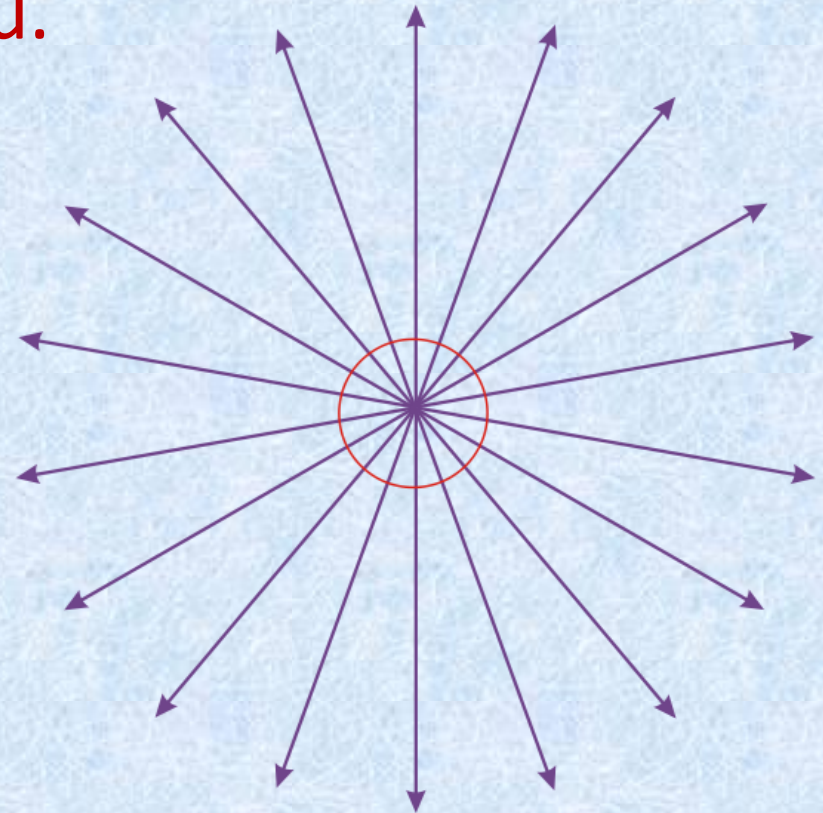
Poznaliśmy drugie z czterech równanie Maxwella.

Równanie to stanowi w istocie zapis wcale nie tak oczywistego faktu: **pole magnetyczne jest bezźródłowe – nie istnieją ładunki magnetyczne!**

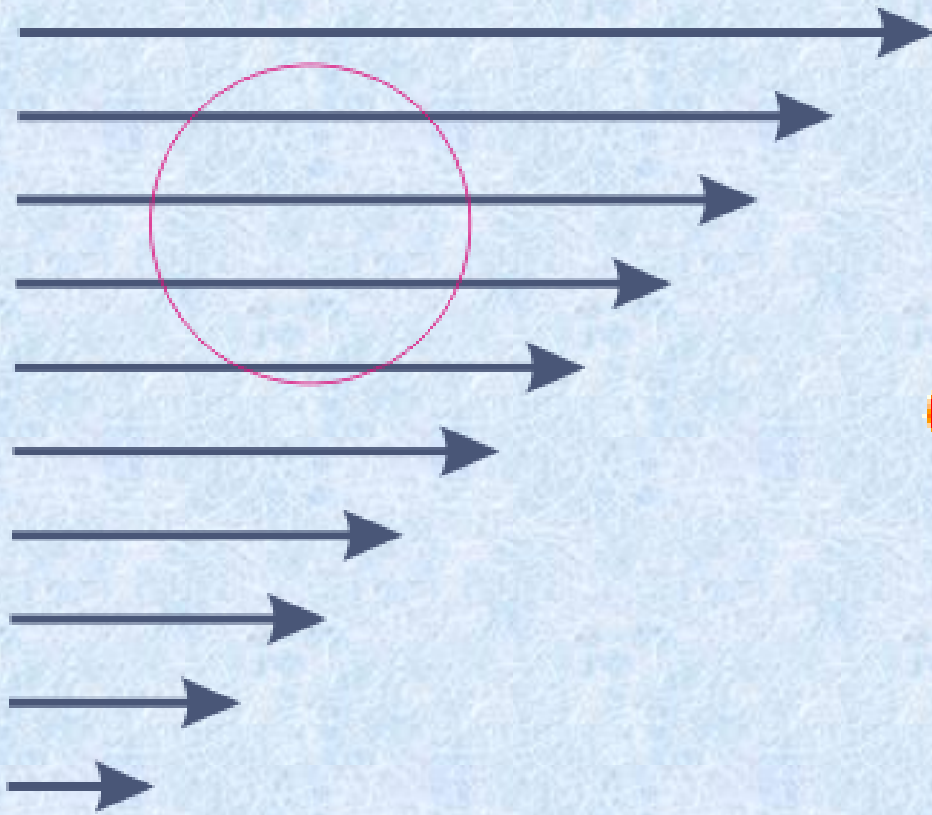
Rotacja (wirowość pola) wektorowego

Rozbieżność (*dywergencja*) określa stopień zmian natężenia pola w kierunku określonym przez to pole i jest wielkością skalarną. W obrębie pola ma ona wartości dodatnie, ujemne lub zerowe, lecz nie jest z nią związane pojęcie kierunku.

$$\operatorname{div} \vec{A} \sim \frac{1}{r}$$



Rotacja (wirowość pola) wektorowego



$$\operatorname{div} \vec{A} = 0$$

Tzw. Bezźródłowy obszar pola wektorowego

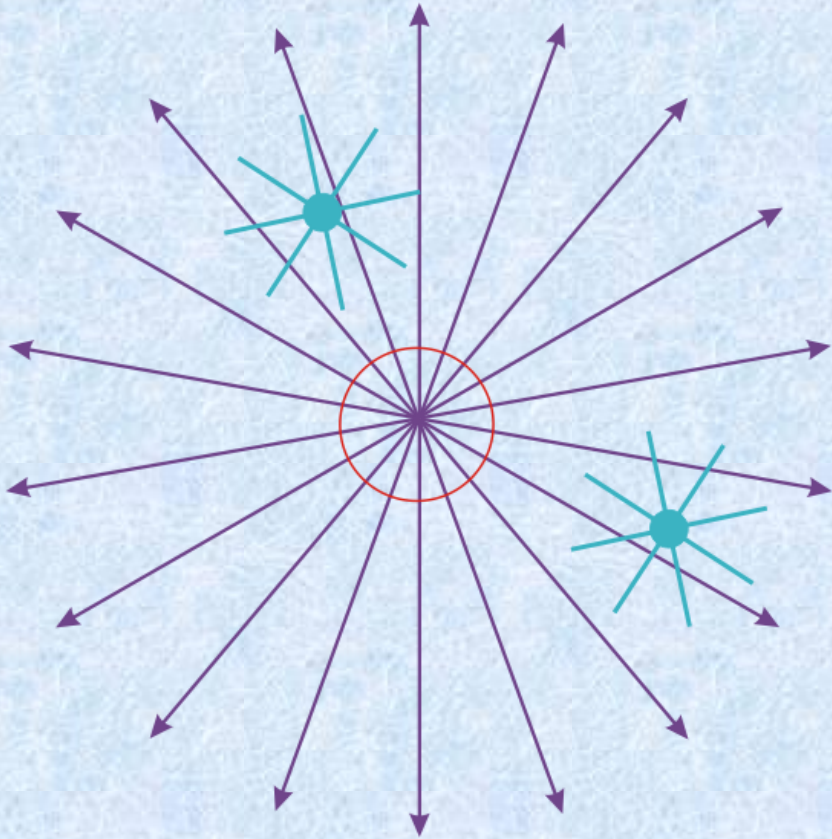
Rotacja (wirowość pola) wektorowego

Wirowość (*rotacja*) pola określa (opisuje?) zmiany natężenia pola wektorowego w kierunku prostopadłym do tego pola.

$$\text{rot } \vec{A} = \vec{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A}$$

Rotacja (wirowość pola) wektorowego

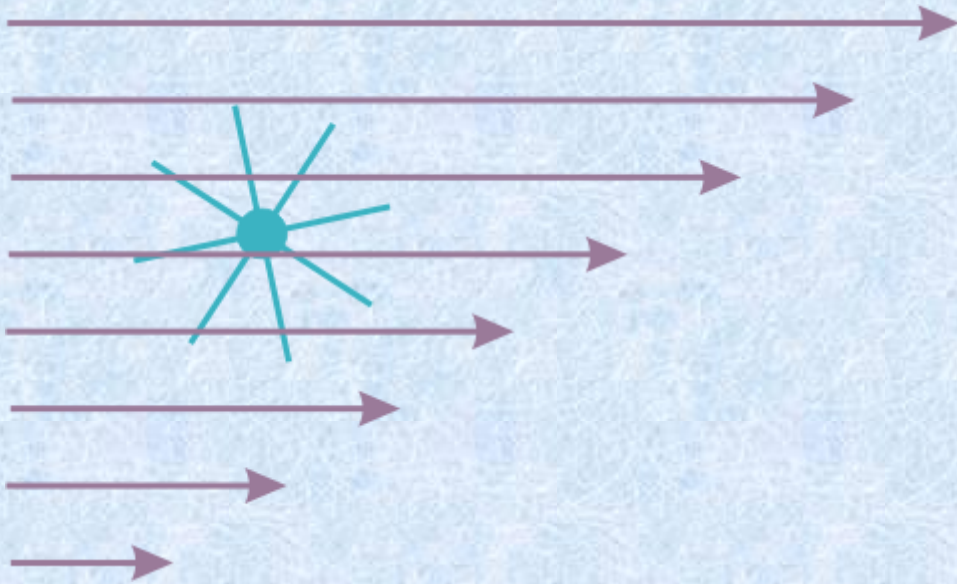


$$\operatorname{div} \vec{A} \sim \frac{1}{r}$$

$$\operatorname{rot} \vec{A} = 0$$

Pole bezwirowe

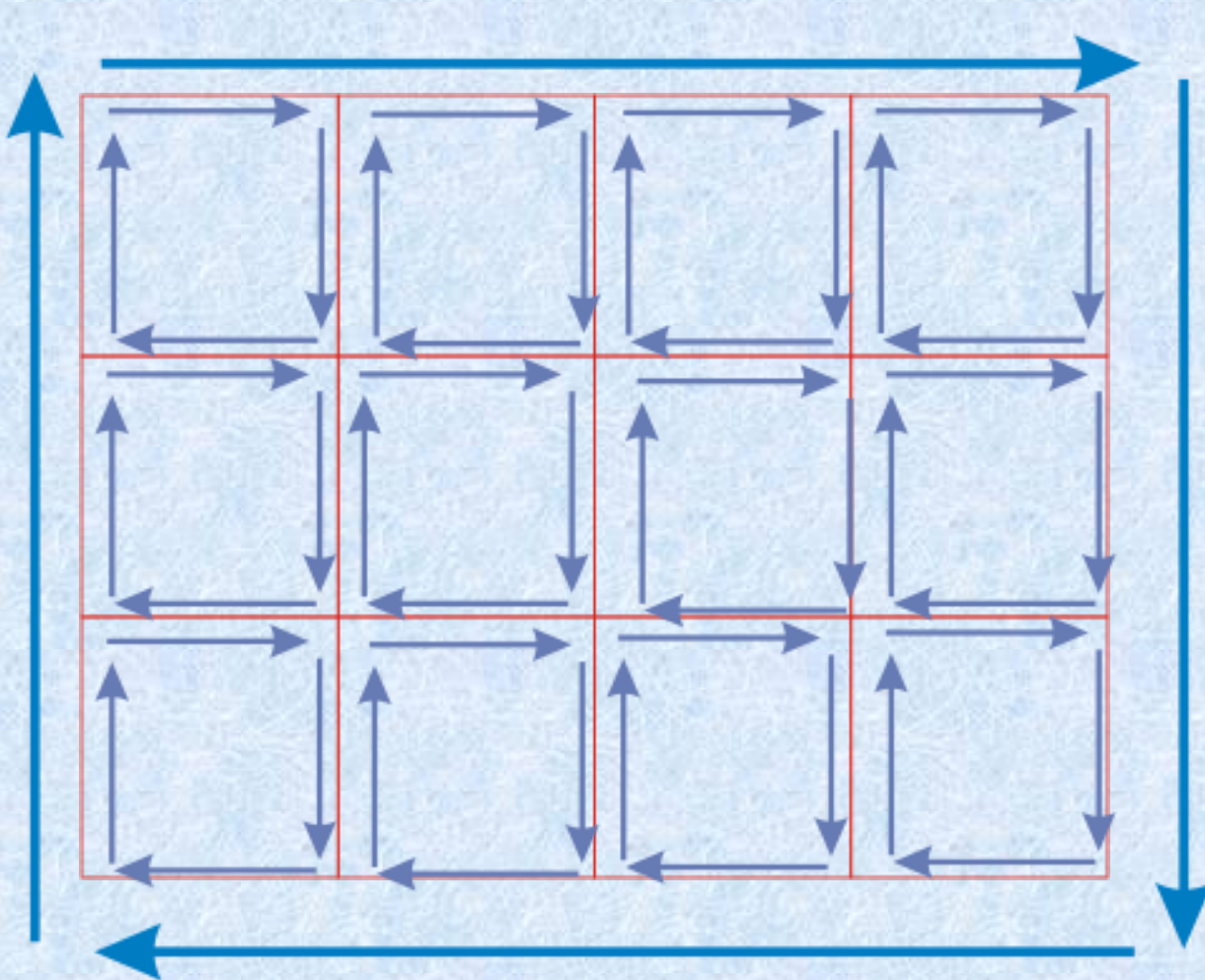
Rotacja (wirowość pola) wektorowego



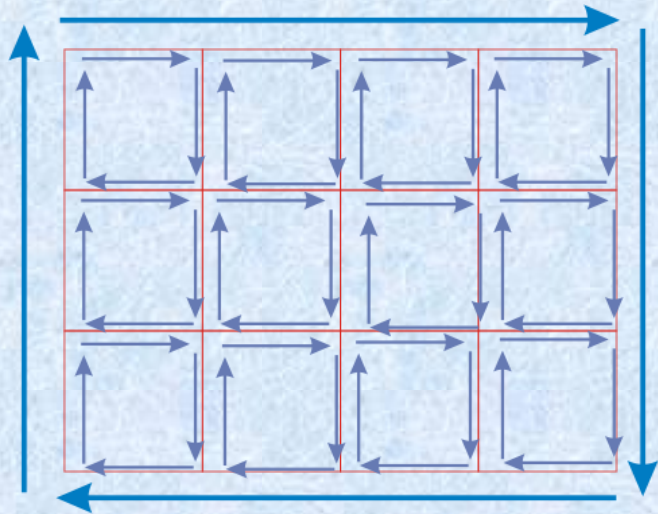
$$\operatorname{div} \vec{A} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{A} \sim -\vec{z}$$

Rotacja (wirowość pola) wektorowego twierdzenie Ostrogradskiego-Stokesa



Rotacja (wirowość pola) wektorowego twierdzenie Ostrogradskiego-Stokesa



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{s}$$

Całka z rotacji pola wektorowego wyliczona dla określonej powierzchni S ma wartość równą całce tego pola obliczonej po zamkniętym konturze, który ogranicza powierzchnię S (tzw. *obieg pola wektorowego*).

Twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa:

$$\oint_S \vec{v} \cdot d\vec{s} = \iiint_V \nabla \cdot \vec{v} dv$$

Twierdzenie Ostrogradskiego-Stokesa:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{s}$$

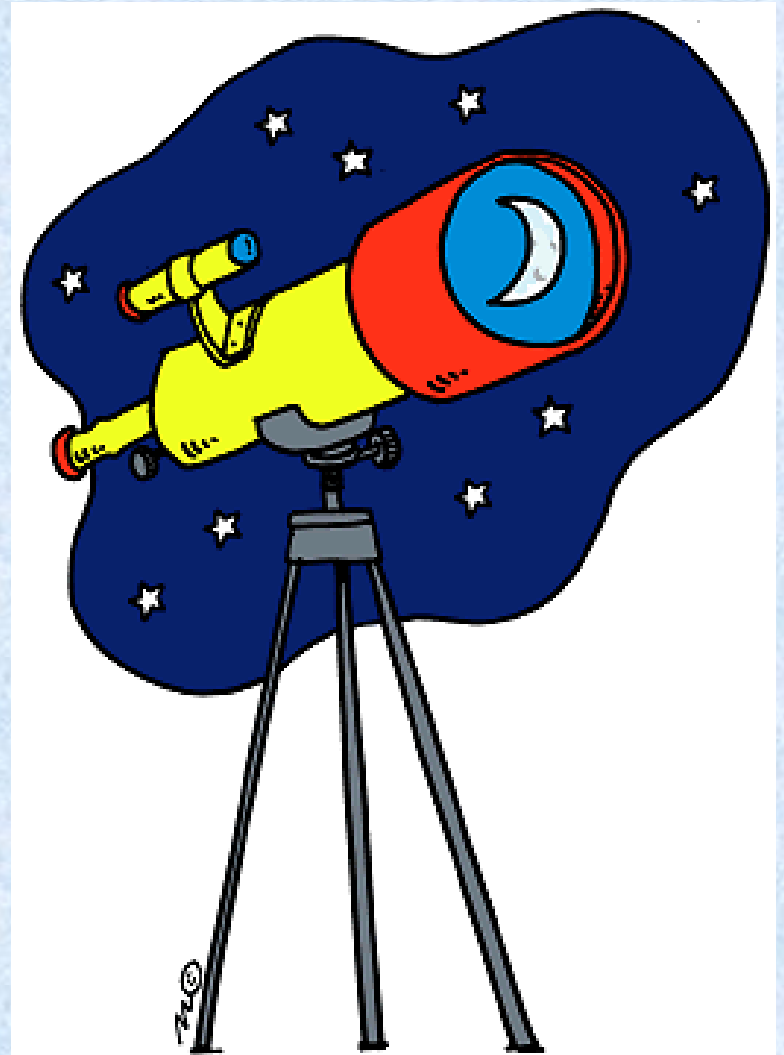
Twierdzenia O-G i O-S wiążą zjawiska zachodzące na wielką skalę ze zjawiskami zachodzącymi na małą skalę – makroskopowe z mikroskopowymi.

Odpowiednikami zjawisk mikroskopowych są w tym wypadku rozbieżność i rotacja pola wektorowego, które można określić w każdym jego punkcie.



Zjawiskom makroskopowym odpowiadają: strumień pola wektorowego (całkowita rozbieżność) i obieg tego pola po zamkniętej drodze (całkowita rotacja).

Twierdzenia te są najbardziej użyteczne, gdy znamy naturę makroskopową jakiegoś pola, a chcemy poznać jego naturę mikroskopową (w sensie matematycznym – znamy tylko pochodne, a chcemy poznać samo pole).



Dwa twierdzenia (matematyczne) przydatne w opisie wektorowych pól fizycznych:

$$\text{rot} (\text{grad } \varphi) = \nabla \times \text{grad } \varphi = 0$$

$$\text{div} (\text{rot } \vec{A}) = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$$

Formalny dowód tych twierdzeń nie jest trudny, możliwe jest również intuicyjne zrozumienie ich treści...

Gęstość prądu elektrycznego definiuje się jako:

$$j = \frac{I}{S}$$

gdzie

$$I = - \frac{dQ_V}{dt}$$

jest natężeniem płynącego prądu ($[I]=A$), a S – powierzchnią przepływu prądu przez obszar o objętości V .

Możemy zatem zapisać:

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = - \frac{dQ_V}{dt}$$

A dalej, stosując twierdzenie O-G

$$\nabla \cdot \vec{j} = - \frac{d\rho}{dt}$$

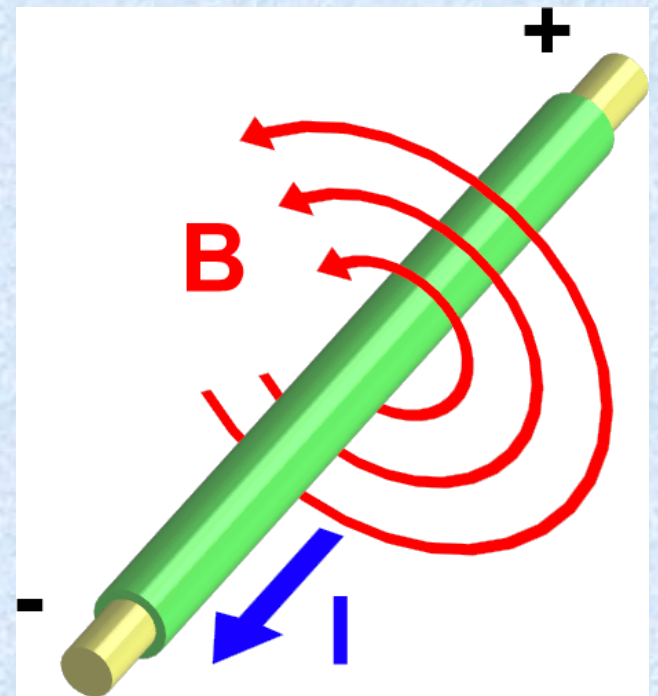
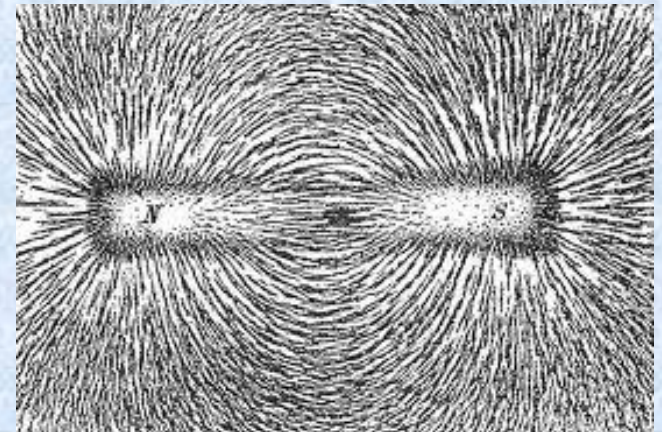
Jest to tzw. równanie ciągłości prądu elektrycznego:
dywergencja gęstości prądu jest równa szybkości zmian gęstości ładunku elektrycznego.

Prawo Ampère'a

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$$

Źródłem pola magnetycznego jest przepływ ładunku elektrycznego (oraz, oczywiście, sąsiedztwo ciał namagnesowanych).

Niestety, takie ujęcie definicji pól magnetycznych w połączeniu z prawem zachowania ładunku elektrycznego daje absurdalne wnioski...



Skoro twierdzenie mówi, że:

$$\operatorname{div} (\operatorname{rot} \vec{A}) = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$$

oraz:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$$

to możemy zapisać:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot \vec{j} = 0$$

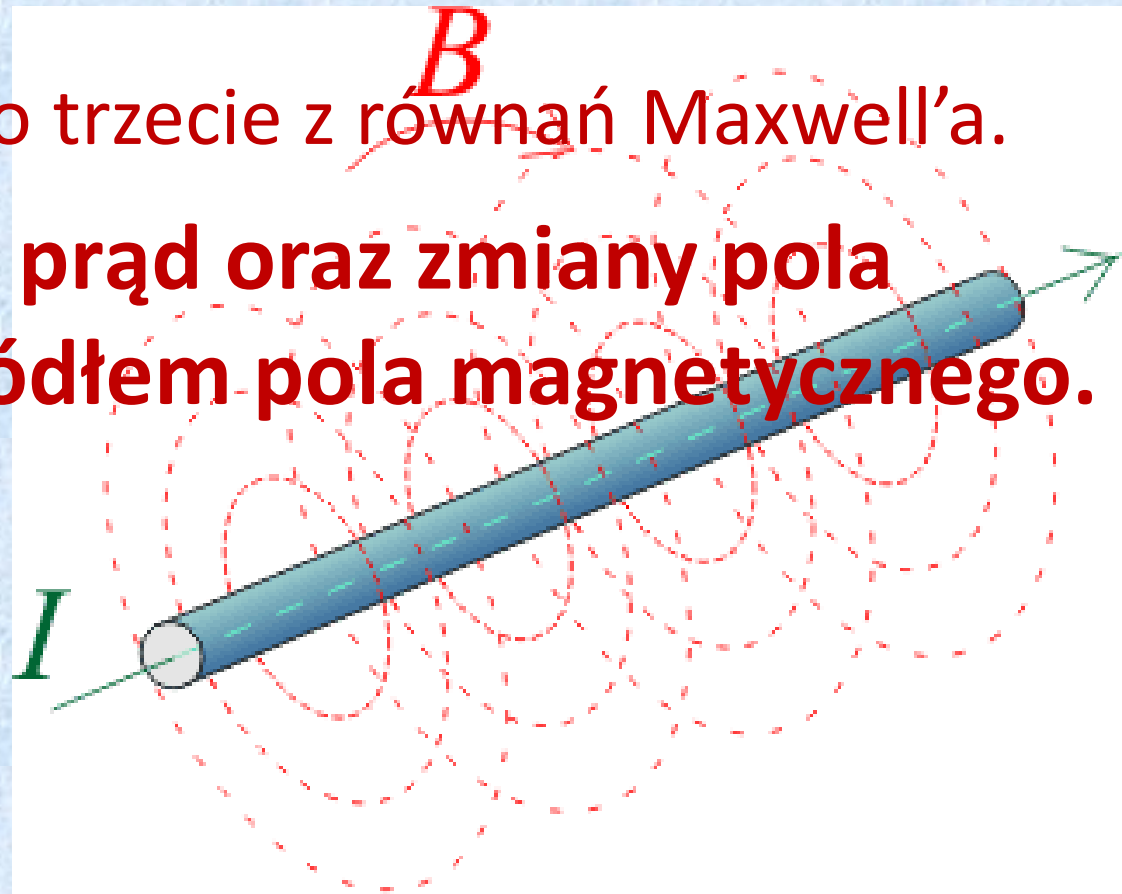
Fizycznie rozbieżność (dywergencja) prądu elektrycznego oznacza zmianę ładunku elektrycznego (źródło lub ujście). Jak więc widać, definicja pola magnetycznego wg Ampere'a wyklucza zmianę ładunku elektrycznego w dowolnym miejscu przestrzeni.

W celu usunięcia tego paradoksu J.C. Maxwell zaproponował rozszerzenie wzoru Ampere'a:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} = \vec{j} + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$$

W ten sposób powstało trzecie z równań Maxwell'a.

Przepływający prąd oraz zmiany pola elektrycznego są źródłem pola magnetycznego.



Hipoteza Maxwell'a zakładająca generowanie pola magnetycznego przez tzw. prąd przesunięcia – np. w ośrodku dielektrycznym, pozbawionym ładunku elektrycznego:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

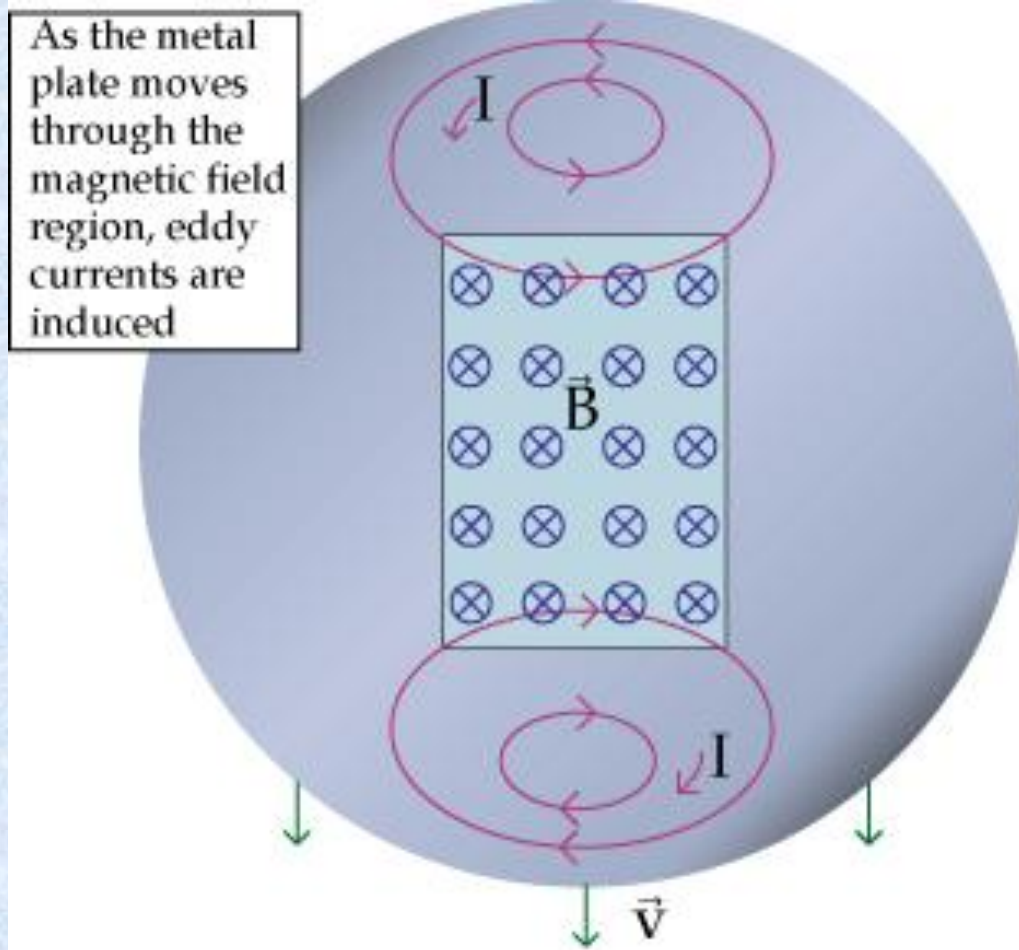
Maxwell próbował nadać prądowi przesunięcia sens rzeczywistego ruchu ładunków – dzisiaj wiemy, że tak jednak nie jest. Prąd przesunięcia to po prostu miara szybkości zmian pola elektrycznego.



W 1831 roku Michał Faraday odkrył zjawisko indukcji elektromagnetycznej. Było to jedno z najbardziej przełomowych dokonań w historii ludzkości – możliwość transformacji dowolnej postaci energii na energię elektryczną spowodowała rewolucję cywilizacyjną.



Prąd wirowy (zwany również **prądem Foucaulta** od nazwiska odkrywcy J. Foucaulta) jest to prąd indukcyjny, który pojawia się w substancji przewodzącej prąd (przewodniku) znajdującej się w zmiennym polu magnetycznym lub poruszającej się względem źródła stałego pola magnetycznego.



Odkrycie Faradaya i wyniki eksperymentów Foucault'a
Zostały przez Maxwell'a zamknięte w ostatnie, czwarte
równanie:

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

**Zmienne pole magnetyczne jest źródłem
wirowego pola elektrycznego.**

1	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	<i>prawo Gaussa dla elektryczności</i>	Źródłem pola elektrycznego są ładunki
2	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	<i>prawo Gaussa dla magnetyzmu</i>	Pole magnetyczne jest bezźródłowe
3	$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t}$	<i>rozszerzone prawo Ampère'a</i>	Przepływający prąd oraz zmienne pole elektryczne wytwarzają wirowe pole magnetyczne
4	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	<i>prawo Faradaya</i>	Zmienne w czasie pole magnetyczne wytwarza pole elektryczne